Компонента $\overline{V}_{1,I}$ функционала $\overline{V}_I$ определяется по формуле (22). Аналогично вычисляется и компонента $\overline{V}_{2,I}$. Полученный таким образом целевой функционал может быть использован для решения задачи минимизации погрешности гидродинамической модели на множестве вариантов объединения мелких ячеек в крупные (или для выбора из определенного множества гидродинамических сеток сетки с минимальной погрешностью).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Durlofsky, L. J. Upscaling and Gridding of Fine Scale Geologocal Models for Flow Simulation. Department of Petroleum Engineering, Stanford University, Stanford, CA 94305-22220 USA, 2005.

2. Родионов С.П., Орехова Л.Н. Определение модифицированных относительных фазовых проницаемостей при преобразовании геологической модели в гидродинамическую // Известия вузов. Нефть и газ. 2008. Ч. 1. № 6. С. 12-16.

3. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учеб. М.: Недра, 1993.

4. Batycky, R.P. A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator, PhD dissertation, January 1997.

Виталий Петрович КОСЯКОВ —
аспирант кафедры механики многофазных систем
Тюменского государственного университета

Сергей Павлович РОДИОНОВ —
гл. научный сотрудник Тюменского филиала
Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН,
гл. научный сотрудник ЗАО «КОНКОРД»
(г. Москва),
доктор физико-математических наук, профессор
rodionovsp@bk.ru

УДК 532.546, 622.276

ПОЛУЧЕНИЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ БАКЛИ-ЛЕВЕРЕТТА В ЗОНАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

OBTAINING OF EXACT SOLUTIONS OF A BUCKLEY-LEVERETT PROBLEM IN A ZONAL-NON-HETEROGENOUS LAYER

АННОТАЦИЯ. В статье получены точные решения задачи о вытеснении нефти водой из зонально-неоднородного пласта, эксплуатируемого галереей скважин.

SUMMARY. The article discusses exact solutions of the problem of oil displacement by water from the zonal-heterogenous reservoir operated by gallery of wells.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Заводнение, нефтяной пласт, зональная неоднородность.
KEY WORDS. Flooding, oil layer, zonal heterogeneity.

1. Введение. Нефтенасыщенные пласты, как правило, неоднородны. В качестве примера можно привести зонально-неоднородные пласты, включающие русла и поймы палеорек. При этом высокопроницаемая зона пласта находится в русле, а низкопроницаемая — в пойме. Представляет интерес сравнение динамики добычи нефти и коэффициента извлечения нефти (КИН) в двух случаях. Первый случай — когда нагнетающий ряд скважин расположен в пойменной, а добывающий ряд — в русловой зоне. Во втором случае нагнетательный ряд расположен в русловой зоне, а добывающий — в пойменной. В первом приближении задачу вытеснения нефти водой из такого зонально-неоднородного пласта можно считать одномерной, при этом зоны отличаются значениями фильтрационно-емкостных свойств, а также значениями толщины и длины.

В настоящей работе на основе аналитических решений выполнено исследование зависимости КИН зонально-неоднородного пласта от параметров задачи. В первой части работы получены точные решения задачи вытеснения нефти водой из зонально-неоднородного пласта, а во второй части производится анализ полученных результатов.

2. Постановка и решение задачи. Пусть полностью нефтенасыщенный пласт ($0 \le x \le L$), состоящий из двух прилегающих друг к другу зон: 1 ($0 \le x \le L_1$) и 2 ($L_1 \le x \le L$), эксплуатируется галереей скважин. При этом нагнетательный ряд имеет координату $x=0$, добывающий ряд — $x=L$.

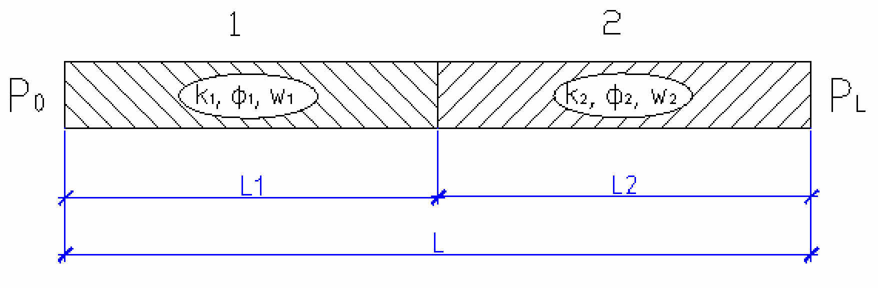

Рис. 1. Схематичное представление распределения параметров пласта в зонально-неоднородном пласте

В зону 1 нагнетается вода, имеющая вязкость μ_w. Вязкость нефти — μ_o. При $x=0$ давление P равно P_0, при $x=L$ — равно P_L. Перепад давлений между линиями нагнетания и отбора постоянен во времени $\Delta P = P_L - P_0 = \Delta P(t) = \text{const}$. Пространственные распределения проницаемости k, пористости φ, поперечного сечения ω и начальной водонасыщенности $s(x,0)$ в пласте имеют вид:

$$k(x)=\begin{cases} k_1, & 0 \le x \le L_1 \\ k_2, & L_1 < x \le L \end{cases}, \quad \phi(x)=\begin{cases} \phi_1, & 0 \le x \le L_1 \\ \phi_2, & L_1 < x \le L \end{cases}, \quad \omega(x)=\begin{cases} \omega_1, & 0 \le x \le L_1 \\ \omega_2, & L_1 < x \le L \end{cases},$$

$$s(x,0)=s_0(x)=s_{wc}=\text{const} \quad (0 \le x \le L),$$

где s_{wc} — критическая водонасыщенность. При этом значения k_1, φ_1, ω_1 и k_2, φ_2 ω_2 являются константами.

Для описания в пласте процессов двухфазной фильтрации используется следующая система уравнений [1], включающая в себя закон сохранения массы для смеси и воды, а также закон Дарси:

$$\frac{\partial u\omega}{\partial x}=0\,,\ \phi\omega\frac{\partial s}{\partial t}=\frac{\partial f(s)u\omega}{\partial x}\,,\ \sigma(s)=\frac{k_{rw}(s)}{\mu_w}+\frac{k_{ro}(s)}{\mu_o}\,,\ u=-k(x)\sigma(s)\frac{\partial p}{\partial x}\,.$$

где t — время, $u(x,t)$ — скорость фильтрации, $k_{rw}(s)$ $k_{ro}(s)$ — относительные фазовые проницаемости соответственно воды и нефти.

Сформулированная выше задача решается для двух схем вытеснения нефти водой при заданном перепаде давления: 1 — вытеснение по схеме Бакли-Леверетта и 2 — по схеме Лейбензона-Маскета. Обобщение решения [1], полученного на основе схемы Бакли-Леверетта, для изменяющихся вдоль оси x геометрических и фильтрационно-емкостных параметров можно преобразовать к виду:

$$\bar{x}=f'(s)V(t) \tag{1}$$

где

$$\bar{x}=\int_0^x\phi(x)\omega(x)dx\,,\ V(t)=\int_0^t q(t)dt\,.$$

В (1) через x обозначена пространственная координата, $q(t)=u(x,t)\omega(x)$ — расход жидкости, $V(t)$ — объем закачанной жидкости, $f(s)$ — функция Бакли-Леверетта:

$$f(s)=\frac{k_{rw}(s)/\mu_w}{\sigma(s)}\,.$$

Выразим расход жидкости $q(t)$ через градиент давления используя закон Дарси. Искомое выражение принимает вид:

$$q(t)=u(x,t)\cdot\omega(x)=-k(x)\omega(x)\sigma(s)\frac{\partial p}{\partial x}=-\bar{k}(\bar{x})\sigma(s)\frac{\partial p}{\partial \bar{x}}\,, \tag{2}$$

$$\bar{k}(\bar{x})=k(\bar{x})\phi(\bar{x})\omega^2(\bar{x}),\ d\bar{x}=\phi(x)\omega(x)dx\,.$$

Уравнение движения скачка водонасыщенности можно получить из (1) путем дифференцирования по времени:

$$\frac{d\bar{x}_c}{dt}=f'(s_c)\frac{dV(t)}{dt}=f'(s_c)q(t)\,, \tag{3}$$

где s_c и $\bar{x}_c$ — соответственно водонасыщенность на фронте скачка и его координата.

Процесс вытеснения нефти разделим на три этапа: 1-й этап — когда фронт вытеснения находится в первой зоне (координата фронта x_c изменяется от 0 до L_1); 2-й — во второй зоне (от L_1 до L) и 3-й — от момента прорыва воды до момента, когда ее доля в потоке станет равной $f=f^*$. В безводный период в качестве независимой переменной выберем координату фронта вытеснения, а после прорыва — производную от водонасыщенности на добывающем ряде галереи скважин.

Для упрощения выкладок введем следующие обозначения: $\bar{k}_1=k_1\phi_1\omega_1^2$, $\bar{k}_2=k_2\phi_2\omega_2^2$, $\bar{L}_1=\phi_1\omega_1L_1$, $\bar{L}_2=\phi_2\omega_2L_2$, $\bar{L}=\bar{L}_1+\bar{L}_2$. Для приведенного выше ступенчатого распределения параметров задачи зависимость $\overline{x}_c = \overline{x}_c(x_c)$ принимает вид:

$$\overline{x}_c(x_c) = \begin{cases} \phi_1\omega_1 x_c, & \text{при} \quad 0 \le x_c \le L_1 \\ \phi_1\omega_1 L_1 + \phi_2\omega_2(L - x_c), & \text{при} \quad L_1 < x_c \le L \end{cases}.$$

Рассмотрим первый этап ($0 \le x_c \le L_1$). Вычислим время прохождения фронтом вытеснения первой зоны. Разность давлений между линиями нагнетания и отбора жидкости выражается через градиент давления следующим образом:

$$\Delta p'(t) = p(L) - p(0) = \int_0^L \frac{\partial p}{\partial x} dx = \int_0^{\overline{L}} \frac{\partial p}{\partial \overline{x}} d\overline{x}\,, \quad \Delta p(t) = -\Delta p'(t) = \text{const}.$$

Подставляя в это выражение закон Дарси (2) и учитывая распределение фильтрационно-емкостных параметров вдоль оси x, получим:

$$\frac{\Delta p(t)}{q(t)} = \frac{\Delta p}{\tilde{q}(\overline{x}_c)} = \int_0^{\overline{L}} \frac{d\overline{x}}{\overline{k}(\overline{x})\sigma(s)} = \frac{1}{\overline{k}_1}\int_0^{\overline{x}_c} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{\overline{k}_1}\int_{\overline{x}_c}^{\overline{L}_1} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{\overline{k}_2}\int_{\overline{L}_1}^{\overline{L}} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} =$$

$$= \frac{1}{\overline{k}_1}\int_0^{\overline{x}_c} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1 - \overline{x}_c}{1/\mu_o} + \frac{1}{\overline{k}_2}\frac{\overline{L} - \overline{L}_1}{1/\mu_o}\,,$$

где интеграл в первом слагаемом с использованием подстановок:

$$V(t) = \frac{\overline{x}}{f'(s)} = \frac{\overline{x}}{F} = \frac{\overline{x}_c}{F_c}\,, \quad d\overline{x} = V(t)\cdot dF = \frac{\overline{x}_c}{F_c} dF\,, \quad F_c = f'(s_c)\,, \quad \sigma(s) = \frac{1}{\mu_w}\overline{\sigma}(s)$$

преобразуется к следующему виду:

$$\int_0^{\overline{x}_c} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} = \frac{\overline{x}_c}{F_c}\frac{\psi(0,F_c)}{1/\mu_w}\,, \quad \overline{\sigma}(s) = \tilde{\sigma}(F)\,, \quad \int_0^{F_c} \frac{dF}{\tilde{\sigma}(F)} = \psi(0,F_c)\,, \quad \psi(a,b) = \int_a^b \frac{dF}{\tilde{\sigma}(F)}.$$

В результате получим зависимость потока жидкости в пласте от координаты скачка водонасыщенности:

$$\frac{\Delta p}{\tilde{q}(\overline{x}_c)} = \frac{1}{\overline{k}_1}\frac{\psi(0,F_c)}{F_c}\frac{\overline{x}_c}{1/\mu_w} + \frac{1}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1 - \overline{x}_c}{1/\mu_o} + \frac{1}{\overline{k}_2}\frac{\overline{L} - \overline{L}_1}{1/\mu_o}\,. \tag{4}$$

Интегрируя кинематическое уравнение движения скачка водонасыщенности (3) по x_c от 0 до L_1, получим время прохождения скачком первой зоны:

$$\Delta t_{11} = \frac{1}{F_c}\int_0^{\overline{L}_1} \frac{d\overline{x}}{\tilde{q}(\overline{x})} = \frac{1}{F_c}\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1^2}{2}\frac{\psi(0,F_c)}{F_c} + \frac{\mu_o}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1^2}{2} + \frac{\mu_o}{\overline{k}_2}\overline{L}_1\overline{L}_2\right).$$

На втором этапе вытеснения, при ($L_1 < x_c < L$), преобразование выражения

$$\frac{\Delta p}{\tilde{q}(\overline{x}_c)} = \int_0^{\overline{L}} \frac{d\overline{x}}{\overline{k}(\overline{x})\sigma(s)} = \frac{1}{\overline{k}_1}\int_0^{\overline{L}_1} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{\overline{k}_2}\int_{\overline{L}_1}^{\overline{x}_c} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{\overline{k}_2}\int_{\overline{x}_c}^{\overline{L}} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} \tag{4}$$

осуществляется следующим образом:

$$\int_0^{\overline{L}_1} \frac{d\overline{x}}{\sigma(s)} = \frac{\overline{x}_c}{F_c}\int_0^{F_1} \frac{dF}{\tilde{\sigma}(F)} = \frac{1}{F_c}\frac{\overline{x}_c}{1/\mu_w}\psi(0,F_1),$$

$$\int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} = \frac{\bar{x}_c}{F_c} \int_{F_1}^{F_c} \frac{dF}{\tilde{\sigma}(F)} = \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \psi(F_1, F_c), \tag{5}$$

где F_1 — значение F при $x_c=L_1$. Подставляя (5) в (4) и вычислив в (4) третий интеграл, получим зависимость потока жидкости в пласте от значения $\bar{x}_c$:

$$\frac{\Delta p}{\tilde{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{\bar{k}_1} \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \psi(0, F_1) + \frac{1}{\bar{k}_2} \frac{1}{F_c} \frac{\bar{x}_c}{1/\mu_w} \psi(F_1, F_c) + \frac{1}{\bar{k}_2} \frac{\bar{L} - \bar{x}_c}{1/\mu_o}. \tag{6}$$

Здесь, в соответствии с решением (1), новая переменная F_1 зависит от $\bar{x}_c$:

$$F_1(\bar{x}_c) = F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}, \quad \bar{x}_c = \phi_1 \omega_1 L_1 + \phi_2 \omega_2 (x_c - L_1).$$

Подставляя в (3) полученное выше выражение для потока (6), находим время движения фронта от L_1 до x_c:

$$t = \frac{1}{F_c} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \frac{d\bar{x}_c}{\tilde{q}(\bar{x}_c)} = \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{x}_c} \left(\frac{\mu_w \bar{x}_c}{\bar{k}_1 F_c} \psi\left(0, F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}\right) + \frac{\mu_w \bar{x}_c}{\bar{k}_2 F_c} \psi\left(F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}, F_c\right) + \frac{1}{\bar{k}_2} \frac{\bar{L} - \bar{x}_c}{1/\mu_o} \right) d\bar{x}_c \tag{7}$$

Для вычисления интегралов от первых двух слагаемых в выражении (7) сделаем новую замену:

$$z = F_c \frac{\bar{L}_1}{\bar{x}_c}.$$

Тогда, учитывая, что $F_1 = z$, окончательно получим зависимость времени движения фронта вытеснения во второй зоне от координаты скачка водонасыщенности:

$$t = \frac{-\mu_w \bar{L}_1^2}{\Delta p} \int_{F_c}^{\frac{F_c \bar{L}_1}{\bar{x}_c}} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{\bar{k}_1} \psi(0, z) + \frac{1}{\bar{k}_2} \psi(z, F_c) \right) dz + \frac{1}{\Delta p F_c} \frac{1}{\bar{k}_2} \frac{\bar{L}(\bar{x}_c - \bar{L}_1) - 0.5(\bar{x}_c^2 - \bar{L}_1^2)}{1/\mu_o}.$$

Полагая здесь $x_c=L$, получим искомое время прохождения скачком второй зоны:

$$\Delta t_{12} = \frac{-\bar{L}_1^2 \mu_w}{\Delta p} \int_{F_c}^{\alpha_1 F_c} \frac{1}{z^3} \left(\frac{1}{\bar{k}_1} \psi(0, z) + \frac{1}{\bar{k}_2} \psi(z, F_c) \right) dz + \frac{1}{F_c} \frac{1}{\Delta p} \frac{\mu_o}{\bar{k}_2} \frac{\bar{L}_2^2}{2}, \quad \alpha_1 = \bar{L}_1 / \bar{L}.$$

На третьем этапе вытеснения нефти водой ($x_c>L$) время отсчитывается от момента подхода скачка водонасыщенности к добывающему ряду галереи скважин ($x=L$) до момента достижения предельного значения обводненности $f = f^*$. Выразим это время через f^*. Выражение для расхода жидкости принимает вид:

$$\frac{\Delta p}{q(t)} = \int_0^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\bar{k}(\bar{x}) \sigma(s)} = \frac{1}{\bar{k}_1} \int_0^{\bar{L}_1} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)} + \frac{1}{\bar{k}_2} \int_{\bar{L}_1}^{\bar{L}} \frac{d\bar{x}}{\sigma(s)}. \tag{8}$$

Из (1) можно получить следующие соотношения:

$$V(t) = \frac{\bar{L}}{F_L} = \frac{\bar{x}}{f'(s)}, \quad d\bar{x} = \frac{\bar{L}}{F_L(t)} dF, \quad F_L = f'(s_L), \quad s_L = s(L, t),$$

$$q(t)=\frac{dV}{dt}=-\frac{\overline{L}}{\left(f'(s_L)\right)^2}\frac{df'(s_L)}{dt}=-\frac{\overline{L}}{F_L^2}\frac{dF_L}{dt}.$$

Отсюда получим:

$$dt=-\frac{1}{q(t)}\frac{\overline{L}}{F_L^2}dF_L.$$

Подставляя выражение для расхода жидкости (8) в это соотношение и интегрируя левую часть по t, а правую — по F_L от F_c до F^*, получим время с момента прорыва воды, за которое обводненность достигает предельного значения f^*:

$$\Delta t_{13}=\frac{-\overline{L}^2\mu_w}{\Delta p}\int_{F_c}^{F^*}\frac{1}{z^3}\left(\frac{1}{\overline{k}_1}\psi(0,\alpha_1 z)+\frac{1}{\overline{k}_2}\psi(\alpha_1 z,z)\right)dz.$$

Значение $F^*=f'(s_L^*)$ можно вычислить, определив s_L^* из уравнения $f^*=f(s_L^*)$.

Время вытеснения нефти из пласта t_1, т.е. от начала закачки воды до достижения предельной обводненности f^*, можно получить сложением времен для всех трех этапов

$$t_1^{BL}=\Delta t_{11}+\Delta t_{12}+\Delta t_{13}.$$

Определим теперь время, за которое произойдет полное вытеснение нефти из пласта в рамках схемы «поршневого» вытеснения (схема Лейбензона-Маскета). В соответствии с этой схемой позади фронта вытеснения мгновенно наступает полное замещение подвижной нефти водой. В этой связи третий этап вытеснения будет вырожденным, т.к. обводненность добываемой жидкости после достижения фронтом добывающего ряда будет равна 1. Распределение $\sigma(s)$ в пласте имеет вид:

$$\sigma(s)=\begin{cases}1/\mu_w & 0\le\overline{x}\le\overline{x}_c\\ 1/\mu_o & \overline{x}_c<\overline{x}\le\overline{L}\end{cases}.$$

С учетом этой зависимости для каждого этапа имеем:

$$\frac{\Delta p(t)}{q(t)}=\frac{\Delta p}{\tilde{q}(\overline{x}_c)}=\int_0^{\overline{L}}\frac{d\overline{x}}{\overline{k}(\overline{x})\sigma(s)}=\frac{1}{\overline{k}_1}\int_0^{\overline{x}_c}\frac{d\overline{x}}{\sigma(s)}+\frac{1}{\overline{k}_1}\int_{\overline{x}_c}^{\overline{L}_1}\frac{d\overline{x}}{\sigma(s)}+\frac{1}{\overline{k}_2}\int_{\overline{L}_1}^{\overline{L}}\frac{d\overline{x}}{\sigma(s)}=$$

$$=\frac{1}{\overline{k}_1}\frac{\overline{x}_c}{1/\mu_w}+\frac{1}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1-\overline{x}_c}{1/\mu_o}+\frac{1}{\overline{k}_2}\frac{\overline{L}-\overline{L}_1}{1/\mu_o}\quad (0\le x_c\le L_1),$$

$$\Delta t_{11}=\int_0^{\overline{L}_1}\frac{d\overline{x}_c}{\tilde{q}(\overline{x}_c)}=\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1^2}{2}+\frac{\mu_o}{\overline{k}_1}\frac{\overline{L}_1^2}{2}+\frac{\mu_o}{\overline{k}_2}\overline{L}_1\overline{L}_2\right);$$

$$\frac{\Delta p}{\tilde{q}(\overline{x}_c)}=\int_0^{\overline{L}}\frac{d\overline{x}}{\overline{k}(\overline{x})\sigma(s)}=\frac{1}{\overline{k}_1}\int_0^{\overline{L}_1}\frac{d\overline{x}}{\sigma(s)}+\frac{1}{\overline{k}_2}\int_{\overline{L}_1}^{\overline{x}_c}\frac{d\overline{x}}{\sigma(s)}+\frac{1}{\overline{k}_2}\int_{\overline{x}_c}^{\overline{L}}\frac{d\overline{x}}{\sigma(s)}=$$

$$=\frac{\mu_w \bar{L}_1}{\bar{k}_1}+\frac{\mu_w\left(\bar{x}_c-\bar{L}_1\right)}{\bar{k}_2}+\frac{1}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}-\bar{x}_c}{1/\mu_o}\ (L_1<x_c\leq L);$$

$$\Delta t_{12}=\int_{\bar{L}_1}^{\bar{L}}\frac{d\bar{x}_c}{\tilde{q}\left(\bar{x}_c\right)}=\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_1}\bar{L}_1\bar{L}_2+\frac{\mu_w}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}\right).$$

Время, за которое происходит полное вытеснение нефти из пласта, равно:

$$t_1^{LM}=\Delta t_{11}+\Delta t_{12}=\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_1}\frac{\bar{L}_1^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_1}\frac{\bar{L}_1^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_2}\bar{L}_1\bar{L}_2\right)+\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_1}\bar{L}_1\bar{L}_2+\frac{\mu_w}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}\right).$$

Решение задачи в случае, когда линии нагнетания и отбора меняются местами, т.е. линия нагнетания находится при $x=L$, а линия отбора при $x=0$, производится по аналогии. В этом случае выражения для времен на каждом из этапов процесса вытеснения нефти водой имеют вид

— для схемы Бакли-Леверетта:

$$\Delta t_{21}=\frac{1}{F_c}\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}\frac{\psi(0,F_c)}{F_c}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_1}\bar{L}_1\bar{L}_2\right),$$

$$\Delta t_{22}=\frac{-\bar{L}_2^2\mu_w}{\Delta p}\int_{F_c}^{F_c\alpha_2}\frac{1}{z^3}\left(\frac{1}{\bar{k}_2}\psi(0,z)+\frac{1}{\bar{k}_1}\psi(z,F_c)\right)dz+\frac{1}{F_c}\frac{1}{\Delta p}\frac{\mu_o}{\bar{k}_1}\frac{\bar{L}_1^2}{2},\ \alpha_2=\bar{L}_2/\bar{L},$$

$$\Delta t_{23}=\frac{\bar{L}^2\mu_w}{-\Delta p}\int_{F_c}^{F^*}\frac{1}{z^3}\left(\frac{1}{\bar{k}_2}\psi\left(0,\alpha_2 z\right)+\frac{1}{\bar{k}_1}\psi\left(\alpha_2 z,z\right)\right)dz,$$

$$t_2^{BL}=\Delta t_{21}+\Delta t_{22}+\Delta t_{23};$$

— для схемы Лейбензона-Маскета:

$$\Delta t_{21}=\int_0^{\bar{L}-\bar{L}_1}\frac{d\bar{x}_c}{\tilde{q}\left(\bar{x}_c\right)}=\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_2}\frac{\bar{L}_2^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_1}\bar{L}_1\bar{L}_2\right),$$

$$\Delta t_{22}=\int_{\bar{L}-\bar{L}_1}^{\bar{L}}\frac{d\bar{x}_c}{\tilde{q}\left(\bar{x}_c\right)}=\frac{1}{\Delta p}\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_2}\bar{L}_2\bar{L}_1+\frac{\mu_w}{\bar{k}_1}\frac{\bar{L}_1^2}{2}+\frac{\mu_o}{\bar{k}_1}\frac{\bar{L}_1^2}{2}\right),$$

$$t_2^{LM}=\Delta t_{21}+\Delta t_{22}.$$

Таким образом, зная выражения для времен, на основе (1) можно получить решения задачи о вытеснении нефти из зонально-неоднородного пласта по схеме Бакли-Леверетта и схеме Лейбензона-Маскета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учеб. М.: Недра, 1993.